

Mathematikunterrichtsbezogene Überzeugungen mithilfe der Q-Methode typisieren

Tobias Jaschke

(Pädagogische Hochschule Ludwigsburg)

Zusammenfassung:

Unter Verwendung und Vorstellung des Q-Sort-Verfahrens wird im vorliegenden Beitrag die Frage untersucht, ob sich unter Mathematikstudierenden Personentypen mit ähnlichen Überzeugungsmustern im Hinblick auf Mathematik und Mathematikunterricht identifizieren lassen. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass sich ein eher konstruktivistisch orientierter und ein eher gemischt-orientierter Typ unterscheiden lassen.

Schlüsselwörter: Überzeugungen, Q-Methode, Typen, qualitativ;

Using the Q Method to Type Mathematical Beliefs

Tobias Jaschke

(Pädagogische Hochschule Ludwigsburg)

Abstract:

In the present paper the question is examined whether the method of Q-sorting can be used to identify person types with similar beliefs in mathematics and mathematics teaching. The results indicate that a constructivist-oriented and a mixed-oriented type can be distinguished.

Keywords: beliefs, Q-method, types, qualitative

1. Einleitung

In der empirischen Bildungsforschung ist mittlerweile weitgehend Konsens, dass die Kompetenz von Lehrkräften ein mehrdimensionales Konstrukt ist (Oser und Blömeke 2012), das die unterrichtliche Qualität in spezifischer Weise mitbestimmt. Eine zentrale Dimension ist dabei die der *Überzeugungen von Lehrkräften* (Leuchter et al 2006). Bezüglich des Unterrichtens im Fach Mathematik konnten in der Vergangenheit zwei zentrale "Überzeugungssyndrome" identifiziert werden, eine „transmissive Orientierung“ (auf Wissensvermittlung ausgerichtet) sowie eine „konstruktivistische Orientierung“ (Kunter et al. 2011, S. 239). Da Überzeugungssysteme eines Menschen nicht unbedingt logisch sein müssen, sondern durchaus Inkonsistenzen aufweisen können (Leder et al. 2002), sind sowohl die transmissive als auch die konstruktivistische Überzeugung als Extreme anzusehen. Kunter et al. (2011, S. 244) konnten im Rahmen der COACTIV-Studie zeigen, dass es zwar offenbar eine hohe negative Korrelation zwischen beiden Überzeugungstypen zu geben scheint, bezüglich der Dimensionalität aber davon ausgegangen werden muss, dass es sich bei beiden Überzeugungen um zwei distinkte Konstrukte handelt. Eine starke konstruktivistische Orientierung ist in der Regel also zwar mit einer geringen transmissiven Orientierung verbunden, ein grundsätzlicher Widerspruch zwischen beiden Überzeugungen besteht aber offenbar nicht.

Die empirische Erfassung beider Überzeugungsdimensionen bzw. ihrer konstituierenden Komponenten wurde bis dato primär über separate Likert-Skalen (z.B. Baumert 2009; Pehkonen und Törner 1996) realisiert. Likert-Skalen operationalisieren interessierende Konstrukte (z.B. eine transmissive Orientierung) durch eine Anzahl von Aussagen (Statements), denen eine Versuchsperson mehr oder weniger stark zustimmen kann. Werden nun Likert-Skalen hinsichtlich einer transmissiven und einer konstruktivistischen Orientierung innerhalb einer Befragung eingesetzt, so ist es strukturbedingt möglich und aus einer unterrichtspraktischen Perspektive überaus plausibel, dass Lehrkräfte bestimmten transmissiven Statements in gleicher Weise zustimmen wie bestimmten konstruktivistischen Statements. So könnte etwa eine Versuchsperson innerhalb einer Befragung der Aussage „Im Mathematikunterricht sollen die Lernenden formale Rechenregeln korrekt wiedergeben“ (eher transmissive Orientierung) ebenso zustimmen wie der Aussage „Im Mathematikunterricht sollen Lernende eigene Lösungsansätze suchen“ (eher konstruktivistische Orientierung). Um die verschiedenen "Überzeugungssyndrome" von Mathematiklehrkräften und deren Wechselwirkungen noch besser verstehen zu können, wäre es hier interessant zu erfahren, wie sich Lehrkräfte verhalten, wenn die Wichtigkeit bestimmter Statements in Relation zu anderen eingeschätzt werden soll. Unterstellt man nämlich die Existenz derartiger Statement-Interaktionen, so wäre es denkbar, dass Personen mit ähnlichen "Überzeugungsmustern" existieren.

Das sog. Q-Sort-Verfahren (Minsel und Heinz 1983, S. 135ff) bietet einen geeigneten Weg, individuelle Sichtweisen (Standpunkte, Überzeugungen) von Personen in dieser Form zu modellieren. Jede Versuchsperson kann ihre individuelle Sichtweise ausdrücken, in dem unterschiedliche Aussagen (Statements) bzgl. eines interessierenden Konstrukts in eine vorab festgelegte Rangordnungsstruktur gebracht werden. Dabei müssen die Probanden die einzelnen Aussagen miteinander in Beziehung setzen und damit variabel gewichten, es entsteht eine sog. Q-Sortierung (vgl. Abb. 3 unten). Im Vergleich zu traditionellen Fragebögen- bzw. Testverfahren werden die Statements also gerade *nicht* unabhängig voneinander bearbeitet. Intendiert ist vielmehr die Erzeugung einer relationalen Statementstruktur, wobei

den Bezugspunkt für die Sortierung immer die eigenen subjektiven Konzepte bilden (Müller und Kals 2004).

Im vorliegenden Artikel werden zwei Ziele verfolgt: Zum einen soll das Q-Sort-Verfahren als ein in Deutschland relativ unbekanntes Erhebungsverfahren vorgestellt werden; zum anderen soll versucht werden, mithilfe dieses Verfahrens Personentypen mit spezifischen *mathematikunterrichtsbezogenen Überzeugungen* zu identifizieren.

2. Theoretischer Rahmen

2.1. Überzeugungen von Mathematiklehrkräften

Auch wenn vermutlich aufgrund der Vagheit des Konstrukts bis dato noch keine einheitliche Definition von *Überzeugungen* vorliegt, scheint mittlerweile doch Konsens zu sein, dass Überzeugungen (im englischsprachigen Raum *Beliefs*) ein relevanter Aspekt professioneller Kompetenz von Mathematiklehrkräften sind (vgl. Kunter et al. 2011; Leder et al. 2002; Grigutsch et al. 1998; Pehkonen und Törner 1996) und dass sie die unterrichtliche Qualität in spezifischer Weise mitbestimmen (Bräten et al. 2011). Kunter et al. (2011, S. 236) definieren auf Basis aktueller Übersichtsartikel Lehrerüberzeugungen allgemein „*als überdauernde existenzielle Annahmen über Phänomene oder Objekte der Welt, die subjektiv für wahr gehalten werden, sowohl implizite als auch explizite Anteile besitzen und die Art der Begegnung mit der Welt beeinflussen.*“

Überzeugungen sind allgemein in sozialen Kontexten verwurzelt, durch die soziokulturelle Umwelt (Familie, Schule) sowie das Intellekt determiniert (vgl. Ambrose et al. 2003) und manifestieren sich (oftmals auch unbewusst) in Form von Vorstellungen über die Art und Weise, „wie etwas beschaffen ist oder wie etwas funktioniert“ (Oser und Blömeke 2012, S. 415). Sie können damit als Produkt von persönlichen und in der Regel emotional geprägten Erfahrungen in spezifischen Lebenssituationen interpretiert werden. *Mathematikunterrichtsbezogene Überzeugungen* entwickeln sich demzufolge durch erlebte Praxis, durch alltägliche Erfahrungen mit Mathematikunterricht im Umfeld Schule und sind somit größtenteils das Resultat mathematikbiografischer Prägungen in Schule und Hochschule. In mathematikunterrichtlichen Kontexten offenbaren sich *Beliefs* beispielsweise in Ansichten über das Lernen von Kindern, über geeignete und wirksame Unterrichtsmethoden oder über die Bedeutung des Unterrichtsfachs Mathematik.

Überzeugungen von Mathematiklehrkräften und Mathematikstudierenden (vgl. Blömeke 2008) können auf unterschiedliche Art und Weise ausdifferenziert werden (Kunter et al., 2011, Leder et al. 2002; Ambrose et al., 2003), wobei für die nachfolgende Untersuchung in erster Linie die *mathematikunterrichtsbezogenen Überzeugungen* der (angehenden) Lehrkräfte, also ihre epistemologischen Überzeugung über das mathematische Wissen und den mathematischen Wissenserwerb (Hofer & Pintrich 1997; Schommer 1990; Schoenfeld 1992) sowie ihre Überzeugungen über das Lernen und Lehren von Mathematik (Kuhs & Ball 1986), interessant und relevant sind. Bezüglich der epistemologischen Überzeugungen lassen sich grob zwei unterschiedliche Leitvorstellungen identifizieren (Grigutsch et al. 1998; Staub und Stern 2002), nach denen Mathematik einerseits als statisches System und andererseits als dynamischer Prozess aufgefasst werden kann. Im Bereich des Lernens und Lehrens wiederum lassen sich eine eher lernerorientierte und eine eher fachorientierte Überzeugung unterscheiden. Lehrpersonen bzw. Studierende mit einer lernerorientierten Überzeugung

betrachten Lernen als einen aktiven Konstruktionsprozess während Lehrkräfte mit einer fachorientierten Überzeugung den Kern von Unterricht in einer Wissensvermittlung zum Zwecke der Reproduktion sehen. Unter Einbeziehung lerntheoretischer Überlegungen sowie empirischer Erkenntnisse integrieren Kunter et al. (2011, S. 238) beide Überzeugungsdimensionen auf einer höheren Ebene zu „transmissiven Orientierungen“ (transmission view) bzw. „konstruktivistischen Orientierungen“ (constructivist view).^{*} Transmissiven Orientierungen liegen dabei behavioristische Lerntheorien zugrunde, in denen Mathematiklernen in erster Linie als eine Übermittlung von Wissens-elementen an eher passive Rezipienten verstanden wird. Lehrkräfte mit transmissiven Orientierungen wären demzufolge davon überzeugt, dass mathematisches Wissen im Wesentlichen aus fertigen Konzepten und Prozeduren besteht und es Aufgabe der Lehrkraft im Mathematikunterricht ist, dieses Wissen durch Wiederholung und Automatisierung auf die Lernenden zu übertragen. Im Gegensatz dazu wird bei konstruktivistischen Lerntheorien davon ausgegangen, dass der Kern mathematischen Wissens in subjektiven Konstruktionsprozessen besteht und Lernen ein aktiver und an die Vorerfahrungen der Lernenden anschließender Vorgang ist. Mathematiklehrkräfte mit konstruktivistischen Orientierungen betrachten demzufolge Mathematiklernen als einen sukzessiven Vorgang des Verstehens, der durch aktive Auseinandersetzung mit tragfähigen Problemstellungen initiiert wird.

In der mathematikdidaktischen Forschung wurde in der Vergangenheit bereits untersucht, welche Überzeugungen bei Lehrkräften und Mathematikstudierenden auftreten (Blömeke et al. 2010; Kunter et al. 2011; Grigutsch et al. 1998; Blömeke 2008). Dabei wurden die transmissive und die konstruktivistische Orientierung stets unabhängig voneinander erfasst (hauptsächlich in Form von Likert-Skalen). Welche individuellen Interaktionen und Gewichtungen es dabei allerdings zwischen beiden Überzeugungen gibt und ob sich möglicherweise *ähnliche Überzeugungsmuster* (im Sinne von Personentypen) identifizieren lassen, wurde im Bereich der Lehrerüberzeugungen bisher noch kaum untersucht. Bezüglich der Überzeugungen von Schülerinnen und Schülern liegen hierzu bereits einige Untersuchungen vor (z.B. Wheeler & Montgomery 2009). Der vorliegende Beitrag will zu diesem Forschungsdesiderat einen Beitrag leisten, indem *mathematikunterrichtsbezogene Überzeugungen* von Mathematikstudierenden mithilfe der sog. Q-Methode untersucht werden.

Forschungsfrage: Welche Personentypen mit ähnlichen Überzeugungsmustern lassen sich mithilfe der Q-Methode bei Mathematikstudierenden identifizieren?

3. Q-Methode und Q-Sortierung

In diesem Kapitel werden die Q-Methode sowie das für diesen Beitrag zentrale Erhebungsverfahren, das sog. Q-Sort-Verfahren, dargestellt. Darüber hinaus werden grundsätzliche Probleme mit dem Q-Sort-Verfahren aufgezeigt.

^{*} Im Folgenden werden „transmissive Orientierungen“ bzw. „konstruktivistische Orientierungen“ auch mit transmissiver bzw. konstruktivistischer Überzeugung bezeichnet.

3.1. Ermittlung von Überzeugungstypen mithilfe der Q-Methode

Die Q-Methode als Forschungsmethode führt in der deutschsprachigen Sozial- und Bildungsforschung bislang eher ein Schattendasein und ist vielen Forscherinnen und Forschern gänzlich unbekannt. Auch in einschlägigen Lehrbüchern der Sozialwissenschaften wird sie nicht explizit behandelt (vgl. z.B. Bortz et al. 2009). An der Schnittstelle von qualitativen und quantitativen Methoden wird sie insbesondere im angloamerikanischen Bereich traditionell besonders zur Erfassung komplexer Meinungsbilder und Einstellungen aus einer subjektiven Perspektive verwendet und arbeitet in der Regel mit 10 bis 50 Personen (Müller und Kals 2004). Die Bezeichnung „Q“ stammt von der spezifischen Art der Faktorenanalyse, mit der die gewonnenen Daten analysiert werden. Während eine „normale“ Faktorenanalyse nämlich darauf abzielt, Korrelationen zwischen Variablen über einer Personenstichprobe zu finden, sucht „Q“ nach Korrelationen zwischen Personen über einer Auswahl von Variablen.

Das sog. Q-Sort-Verfahren (Minsel und Heinz 1983, S. 135ff) als die zentrale Anwendung der Q-Methode (vgl. für einen kompakten Überblick Coogan & Herrington 2011) bietet einen geeigneten Weg, individuelle Sichtweisen (Standpunkte, Überzeugungen) von Personen zu modellieren. Jede Versuchsperson kann ihre individuelle Sichtweise ausdrücken, in dem unterschiedliche Aussagen (Statements) bzgl. eines interessierenden Konstrukts in eine vorab festgelegte Rangordnungsstruktur gebracht werden. Dabei müssen die Probanden die einzelnen Aussagen miteinander in Beziehung setzen und damit variabel gewichten, es entstehen sog. Q-Sortierungen (vgl. Abb. 3 und 4 unten). Diese Q-Sortierungen stellen im Rahmen der Auswertung die Datenbasis für die Q-Korrelationen und für die faktorenanalytische Q-Technik dar (vgl. Mowrer 1953; Bortz 2005, S. 561). Im Zuge der Q-Korrelationen werden n Individuen mit m Merkmalen (Statements) korreliert (vgl. Stephenson 1953) und anschließend faktorisiert, wobei aus statistischer Sicht kein Unterschied zur sog. R-Technik besteht (R- und Q-Technik werden auch als reziproke Verfahren bezeichnet, da die Faktorenmatrizen die gleichen Werte enthalten. Bei der R-Technik werden jedoch im Gegensatz zur Q-Technik Merkmalsfaktoren ermittelt). Die aus dieser Analyse extrahierbaren Faktoren lassen sich im Anschluss als Typen interpretieren (Minsel und Heinz 1983, S. 135). In der Q-Korrelationsmatrix werden die Beziehungen zwischen jeweils zwei Q-Sortierungen (vgl. Abb. 3 und 4) repräsentiert. Für die Korrelation r zweier Q-Sortierungen gilt dabei: $r = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{16} x_i^2 + \sum_{i=1}^{16} y_i^2} \right)$, wobei x für den Spaltenwert eines Statements bei Person A und y für den Spaltenwert eines Statements bei Person B steht (Minsel und Heinz 1983, S. 138). In der hier vorgestellten Studie mit insgesamt 16 Statements reichen die Spaltenwerte von -3 bis +3.

Beispiel: Person A sortiert das Statement Nr. $i = 1$ in die Spalte +1 ein ($\Rightarrow x_1 = 1$), Person B in die Spalte -1 ($\Rightarrow y_1 = -1$). Für $i = 1$ ergibt sich somit im Zähler des obigen Bruchs $(1 - (-1))^2 = 4$, im Nenner $1 + 1 = 2$.

Die Q-Faktorenanalyse untersucht Ähnlichkeiten zwischen den einzelnen Q-Sortierungen (und damit zwischen den Überzeugungsstrukturen der Personen) und bildet „Personentypen“ (Faktoren, latente Variablen); sie hat damit Ähnlichkeiten zur Clusteranalyse. Die durch die Q-Faktorenanalyse entstehenden Faktoren können im Anschluss dazu dienen, unterschiedliche Standpunkte in den Sortierungen (Samples) zu differenzieren (vgl. beispielhaft z.B. Wheeler und Montgomery 2009) und inhaltlich zu beschreiben.

Im Rahmen der hier dargestellten Untersuchung bekam jeder Proband sechzehn Aussagen über das Lehren und Lernen im Mathematikunterricht vorgelegt, die er entlang einer Skala

von „geringste Zustimmung“ (-3) bis „höchste Zustimmung“ (+3) in Form eines vorgegebenen (erzwungenen) Verteilungsverfahrens (Normalverteilung) anordnen musste (vgl. dazu die Abbildungen 3 und 4 unten). Neben diesem erzwungenen Verteilungsverfahren können bei Q-Sortierungen prinzipiell auch offene Verteilungsverfahren zum Einsatz kommen, die die Normalverteilung der Statements auf die Positionen (-3 bis +3) nicht vorgeben und damit keine relational-hierarchischen Entscheidungen erzwingen. Für die hier dargestellte Untersuchung eignet sich jedoch ein erzwungenes Verteilungsverfahren deutlich besser, da erst durch den Entscheidungsprozess, den das Sortieren der Items erzwingt, die eigenen Überzeugungen respektive Aussagenhierarchisierungen manifest werden (Brown 1993; Müller und Kals 2004).

4. Identifikation von Personentypen mithilfe der Q-Methode

4.1. Teilnehmer und Durchführung

Bei den Teilnehmerinnen und Teilnehmer der hier vorgestellten Erhebung, die mit der kostenfreien und zweistufigen Applikation „Q-sortware“ von Alessio Pruneddu (<http://www.qsortouch.com/>) durchgeführt wurde, handelt es sich um Studierende der Studiengänge „Lehramt an Haupt-, Werkreal- und Realschulen“ und „Lehramt Sonderpädagogik“ (N=22) im Fach Mathematik (3. bis 10. Fachsemester), die im Sommersemester 2015 die Pflichtvorlesung „Mathematik lehren und lernen: Zahlen und Operationen I (Sekundar)“ an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg besuchten. Durch die unterschiedliche Zahl an Fachsemestern ist davon auszugehen, dass eine gewisse Diversität im Hinblick auf die fachlichen und fachdidaktischen Erfahrungen besteht. So haben einige Teilnehmer(innen) zum Zeitpunkt der Durchführung beispielsweise bereits das sog. ISP (integriertes Semesterpraktikum) besucht, bei dem Studierende für ein komplettes Semester an einer Ausbildungsschule verweilen und dort Praxis erleben. Auch die Anzahl an fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Veranstaltungen ist aufgrund der unterschiedlichen Studiendauer nicht einheitlich.

4.2. Auswahl und Konstruktion der Statements

Beim Q-Sort-Verfahren ist die Auswahl bzw. Konstruktion der verwendeten Statements von erheblicher Bedeutung (Brown 1993), da die Generalisierbarkeit der Ergebnisse maßgeblich davon beeinflusst wird (Minsel und Heinz 1983, S. 141). Je nach Erkenntnisinteresse und insbesondere je nach Erkenntnisstand werden unterschiedliche Methoden und Quellen zur Erstellung eines Q-samples (Ein Q-sample ist die Bezeichnung für ein Set von Statements) verwendet. Müller und Kals (2004) unterscheiden dabei drei Arten von Q-samples: 1. „naturalistic samples“, 2. „ready-made Q-samples“ sowie 3. „standardisierte Q-samples“. Während „naturalistic samples“ aus eher explorativen Datenquellen aus dem Lebenskontext der Befragten selbst stammen (z.B. Interviews, Gruppendiskussionen), beziehen sich die hier verwendeten „ready-made Q-samples“

„bei der Itemauswahl auf Quellen, die nicht unmittelbar aus dem „Kommunikationskontext“ der Befragten stammen, sondern z.B. aus anderen empirischen Studien oder bekannten Konzepten zum interessierenden Gegenstandsbereich übernommen werden. In diesem Fall spricht man auch von „quasi-naturalistic Q-samples“, da davon ausgegangen wird, dass die Statements mit großer Wahrscheinlichkeit den

Lebenskontext der Probanden widerspiegeln“ (Müller & Kals 2004; Überschrift „Methoden und Quellen der Statementauswahl“).

Standardisierte Q-samples werden beispielsweise in der Differentialpsychologie eingesetzt, entstehen aus standardisierten Persönlichkeitstest und sind für die hier dargestellte Studie irrelevant.

Neben der Auswahl bzw. Konstruktion spielt für die Bewertung der Ergebnisse auch das Design von Q-samples eine wichtige Rolle. So können diese entweder theoretisch strukturiert oder in stark explorativen Settings unstrukturiert sein. Theoretisch strukturiert bedeutet, dass bei der Auswahl der verschiedenen Aussagen bereits bekannte, theoretisch-empirische Kategorien oder Dimensionen zugrunde gelegt werden. Um eine einseitige Itemauswahl zu vermeiden, wird dabei jede relevante Kategorie mit der gleichen Anzahl an Items besetzt.

Da der Gegenstandsbereich der *mathematikunterrichtsbezogenen Überzeugungen* bei Mathematiklehrkräften empirisch bereits gut erforscht und entsprechend konzeptualisiert ist, kann in dieser Untersuchung bei der Auswahl respektive Konstruktion der zum Einsatz kommenden Statements auf vorhandene Quellen zurückgegriffen werden (ready-made Q-samples). Ausgehend von der im Theorieteil beschriebenen zweidimensionalen Konzeptualisierung *mathematikunterrichtsbezogener Überzeugungen* (Kunter et al. 2011) sowie dazu bereits existierender Operationalisierungen wurde das Q-sample theoretisch strukturiert. So wurden acht Statements verwendet, die eher „transmissive Orientierungen“ (transmission view) beschreiben sowie acht Statements, die eher „konstruktivistische Orientierungen“ (constructivist view) zum Ausdruck bringen. Damit wurde sichergestellt, dass die beiden theoretisch relevanten Dimensionen mit jeweils der gleichen Anzahl an Items besetzt sind. Die sechzehn Statements beinhalten sowohl epistemologische wie auch Überzeugungen zum Lehren und Lernen, stammen aus verschiedenen Likert-Skalen (vgl. Grigusch et al. 1998; Kunter et al. 2011; Baumert et al. 2009) und wurden für die hier dargestellte Untersuchung adaptiert (vgl. Müller & Kals 2004). Die vorgenommene Adaption bezog sich dabei im Wesentlichen auf eine sprachliche Vereinheitlichung der Statementformulierungen; jedes Statement beginnt mit den Worten: „Im Mathematikunterricht sollten...“. Grund dieser Adaption war die Annahme, dass einheitliche Formulierungen auch das Gewicht der einzelnen Statements vereinheitlichen und daher von den Probanden alle Statements als potentiell „gleich wichtig“ angesehen werden.

Beispiele für Statements beider Dimensionen:

Transmissive Orientierungen	Konstruktivistische Orientierungen
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Im Mathematikunterricht sollten die Lernenden durch direkte Anwendung bekannter Regeln, Formeln und Verfahren mathematische Aufgaben bearbeiten. ▪ Im Mathematikunterricht sollten die Lernenden durch wiederholtes Einüben und Automatisieren Rechenroutinen entwickeln. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Im Mathematikunterricht sollten sich die Lernenden eigenständig und selbstgesteuert mit mathematischen Fragestellungen auseinandersetzen. ▪ Im Mathematikunterricht sollten die Lernenden mathematische Inhalte erfinden oder nacherfinden.

Tabelle 1: Beispielhafte Statements für die Q-Sortierung

4.3. Auswertung und Ergebnisse

Bei der statistischen Auswertung der entstandenen Q-Sortierungen geht es darum, die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Personen (Typen) darzustellen. „Q means correlating persons rather than tests when we are concerned with the complex resemblances between total personalities (or aspects of those personalities)" (Mowrer 1953, S.362).

Die Q-Sortierungen der 22 Probanden wurden mit dem Programm PQMethod 2.35 von Peter Schmolck (frei verfügbar unter <http://www.qmethod.org>) ausgewertet*. In einem ersten Schritt wurde eine Q-Korrelationsmatrix errechnet, welche die Beziehungen zwischen jeweils zwei Q-Sortierungen repräsentiert. Diese Matrix wurde dann einer Hauptkomponentenanalyse mit anschließender Varimax-Rotation[†] unterzogen. Dabei wurden Lösungen für zwei und drei Faktoren errechnet, wobei in beiden Lösungen jeweils der erste Faktor problemlos zu interpretieren war. Auf diesen luden jeweils die Statements am stärksten, die eine eher konstruktivistische Orientierung zum Ausdruck bringen sollen (in Abbildung 3 und 4 grün markiert). Die Unterscheidung der Faktoren 2 und 3 im Drei-Faktorenmodell war inhaltlich kaum möglich, da die hoch ladenden Variablen (Statements) trotz hoher Sachkenntnis des Untersuchungsobjekts keine sinnvolle und aussagekräftige Kategorisierung von Personentypen erlaubten. Es wurde daher entschieden, eine Zwei-Faktoren-Lösung mit einer aufgeklärten Varianz von 58% auszuwählen (vgl. Abb. 1 und 2).

Unrotated Factor Matrix								
	Factors							
	1	2	3	4	5	6	7	8
SORTS								
1 Zeile45	0.8366	-0.2630	-0.3189	0.1138	-0.0544	0.0866	-0.0679	0.1747
2 Zeile46	0.4031	0.5236	0.3393	-0.1199	0.3571	0.3701	-0.1946	0.2625
3 Zeile47	0.8160	0.0102	0.1111	-0.0737	0.2713	-0.2362	0.1366	0.2979
4 Zeile48	0.3807	0.5832	-0.2445	0.4200	-0.1216	0.0079	-0.2710	-0.2325
5 Zeile49	-0.3228	0.1304	0.7131	0.2662	-0.3406	-0.0197	0.0573	0.2867
6 Zeile50	0.1682	0.6054	0.3930	0.0050	-0.2370	0.0047	0.5542	-0.2231
7 Zeile51	0.6797	0.0747	0.3434	0.2867	-0.2001	0.3812	-0.1412	0.0321
8 Zeile52	0.6962	0.3867	0.1892	0.2576	0.1037	-0.2807	-0.0028	-0.3413
9 Zeile53	0.8135	-0.0576	0.3164	-0.1358	0.2801	-0.1271	-0.0183	-0.0260
10 Zeile54	0.8637	-0.0247	-0.1636	0.2460	-0.0566	-0.2345	0.1546	0.1746
11 Zeile55	0.6887	0.1379	-0.1143	-0.4757	-0.4130	0.1903	0.0169	0.1384
12 Zeile56	0.1595	0.6590	-0.3929	-0.4966	0.1384	0.0416	0.2691	0.0856
13 Zeile57	0.7843	-0.2236	-0.2380	0.0136	-0.3682	0.2508	0.1526	-0.0014
14 Zeile58	0.7847	-0.0846	0.4419	-0.3002	-0.0664	-0.1153	0.0719	-0.0865
15 Zeile59	0.7468	-0.3022	0.1518	0.3971	-0.0595	-0.2061	0.0517	0.1597
16 Zeile60	0.8840	-0.0735	-0.3082	0.0035	-0.1501	-0.1872	0.1134	0.0979
17 Zeile61	0.8954	-0.2148	-0.2008	-0.1383	0.1172	-0.0230	0.0126	-0.2284
18 Zeile62	0.7212	0.4543	-0.2251	0.1483	-0.1031	0.2270	-0.1789	-0.0313
19 Zeile63	-0.0909	-0.1128	-0.2067	0.5316	0.4850	0.4102	0.4867	0.0291
20 Zeile64	0.5426	-0.3948	0.4525	-0.2693	0.2406	0.2288	-0.0414	-0.1955
21 Zeile65	0.7270	-0.5310	0.0642	-0.0416	-0.0497	0.2245	0.0306	-0.2149
22 Zeile66	0.8319	0.3056	-0.0159	0.0432	0.2892	-0.1378	-0.2114	0.0671
Eigenvalues	10.0753	2.6298	2.1127	1.6283	1.2828	1.0298	0.9222	0.7348
% expl.Var.	46	12	10	7	6	5	4	3

Abb. 1: Unrotated Factor Matrix

Eine automatische Markierung der 22 Q-Sortierungen durch das Programm PQMethod ergab die folgende Verteilung: Vierzehn Q-Sortierungen luden auf den ersten Faktor, davon

* Detailliertere Informationen zu den statistischen Auswertungsverfahren des Programms können im PQMethod Manual unter http://schmolck.userweb.mwn.de/qmethod/pqmanual.htm#factor_scores nachgelesen werden.

† Bei einer Varimax-Rotation in Verbindung mit der Faktorenanalyse werden die Faktoren in fortlaufenden Schritten so lange im Raum gedreht, bis die Varianz der quadrierten Ladungen pro Faktor maximal ist.

12 mit einer Faktorladung >0.6, sechs auf den zweiten Faktor, sämtliche mit Faktorladungen >0.6, zwei Q-Sortierungen luden weder auf den ersten noch auf den zweiten Faktor. Nach Bortz (2005, S. 523) muss für eine generalisierende Interpretation einer Faktorenstruktur die Bedingung erfüllt sein, dass mindestens vier Variablen (bei der Q-Technik Personen) Faktorladungen über 0.60 aufweisen. Vor diesem Hintergrund können die hier ermittelten Faktoren als aussagekräftige Dimensionsreduktion betrachtet werden. (vgl. Abb. 2)

Factor Matrix with an X Indicating a Defining Sort		
	Loadings	
QSORT	1	2
1 Zeile45	0.8705X	0.1065
2 Zeile46	0.1505	0.6435X
3 Zeile47	0.7387X	0.3468
4 Zeile48	0.1054	0.6884X
5 Zeile49	-0.3479	-0.0148
6 Zeile50	-0.0972	0.6207X
7 Zeile51	0.5880X	0.3491
8 Zeile52	0.4739	0.6400X
9 Zeile53	0.7645X	0.2840
10 Zeile54	0.7966X	0.3348
11 Zeile55	0.5700X	0.4104
12 Zeile56	-0.1273	0.6660X
13 Zeile57	0.8066X	0.1208
14 Zeile58	0.7494X	0.2475
15 Zeile59	0.8049X	0.0337
16 Zeile60	0.8353X	0.2987
17 Zeile61	0.9041X	0.1748
18 Zeile62	0.4688	0.7119X
19 Zeile63	-0.0361	-0.1403
20 Zeile64	0.6574X	-0.1350
21 Zeile65	0.8816X	-0.1828
22 Zeile66	0.6310X	0.6223
% expl. Var.	40	18

Abb. 2: Zwei Faktoren-Lösung

Darstellung und Interpretation der Faktoren

Im Gegensatz zur traditionellen R-Faktoranalyse (Bortz 2005) nutzt die Q-Technik die Faktorladungen der Q-Sortierungen, um theoretische Faktoren (hier Personentypen oder Sichtweisen) zu bilden. Um diese in gewisser Weise „sichtbar“ zu machen, können die Statements in aufsteigender Reihenfolge bzgl. ihrer z-Werte in die Slots der „leeren“ Q-Sortierung von -3 bis +3 einsortiert werden. Dabei muss darauf hingewiesen werden, dass diese nicht-lineare Transformation der Faktorwerte aus reiner Zweckmäßigkeit und zur besseren Veranschaulichung der Faktoren vorgenommen wird. Weiter muss darauf aufmerksam gemacht werden, dass absolute Aussagen hinsichtlich der Wichtigkeit bestimmter Statements aufgrund der Struktur des Erhebungsinstruments nicht möglich sind – die befragten Personen hatten ja beispielsweise keine Chance, alle Aussagen als „unwichtig“ zu bewerten. Möglich sind lediglich relative Aussagen der Form: „Aussage A ist bei diesem Personentyp wichtiger als Aussage B“. Darüber hinaus ist evident, dass die von den Probanden vorgenommenen Aussagengewichtungen natürlich stark von den Operationalisierungen der Statements der beiden Überzeugungsarten (konstruktiv und transmissiv) abhängen. Eine andere Auswahl an Statements könnte hier zu anderen Verteilungen und möglicherweise veränderten Gewichtungen oder gar Typen führen.

Im Folgenden werden nun die beiden extrahierten Faktoren dargestellt, beschrieben und benannt:

Faktor 1 – Konstruktivistisch orientierter Personentyp

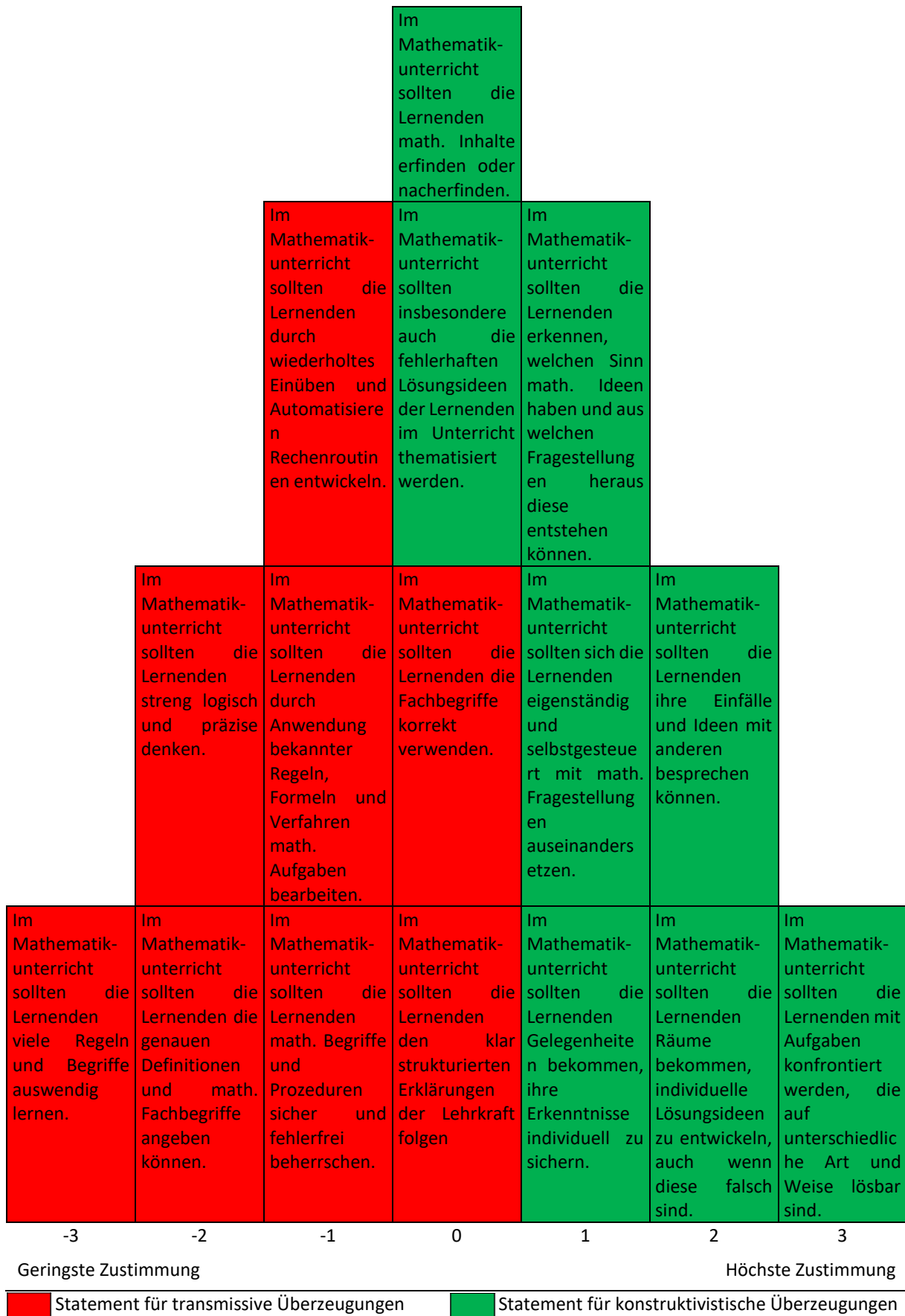


Abb. 3: Q-Sortierung für den ersten Faktor

Die 14 Studierenden, deren Q-Sortierungen den ersten Faktor konstituieren, schätzen konstruktivistische Lehr-Lern-Vorstellungen offensichtlich wichtiger ein als transmissive. Die acht Statements, die aufgrund theoretisch-empirischer Überlegungen eher eine konstruktivistische Überzeugung zum Ausdruck bringen (in den Abbildungen 3 und 4 grün markiert), laden allesamt auf den ersten Faktor höher als jedes Statement transmissiver Überzeugung. Es liegt daher nahe, den ersten Faktor als *konstruktivistisch orientierter Personentyp* zu bezeichnen. Personen, die mit diesem Faktor assoziiert sind, halten somit eine Prozessorientierung bzgl. Mathematik und Mathematiklernen offenbar für bedeutender als eine Produktorientierung. Diese Überzeugung äußert sich beispielsweise darin, dass eigenständiges, aktives und auf Divergenz angelegtes Arbeiten der Lernenden als wichtiger angesehen wird als etwa die genaue Wiedergabe von Definitionen und Regeln oder das sichere Anwenden von Algorithmen und Verfahren. Weiterhin wird von dieser Gruppe im Vergleich zu einem reinen Anwenden und Ausführen können mathematischer Konzepte als relevanter erachtet, dass Lernende den Sinn mathematischer Konzepte im Unterricht erkennen und außerdem einsehen, welche Fragestellungen Ausgangspunkt mathematischer Begriffsbildung sein können. In Relation zu anderen konstruktivistischen Aussagen scheint diesem ersten Personentyp die unterrichtliche Integration fehlerhafter Lösungsideen sowie das Erfinden oder Nacherfinden mathematischer Inhalte nicht ganz so wichtig zu sein (möglicherweise deshalb, weil deren unterrichtliche Umsetzung als wenig gewinnbringend oder kaum realisierbar angesehen wird). Bzgl. der hier verwendeten Statements einer transmissiven Überzeugung legen die Lehrkräfte dieser Gruppe den größten Wert auf die korrekte Verwendung von Fachbegriffen und auf das Mitdenken bei Erklärungen der Lehrkraft (mittlere Spalte in der Q-Sortierung).

Zweiter Faktor - Gemischt orientierter Personentyp

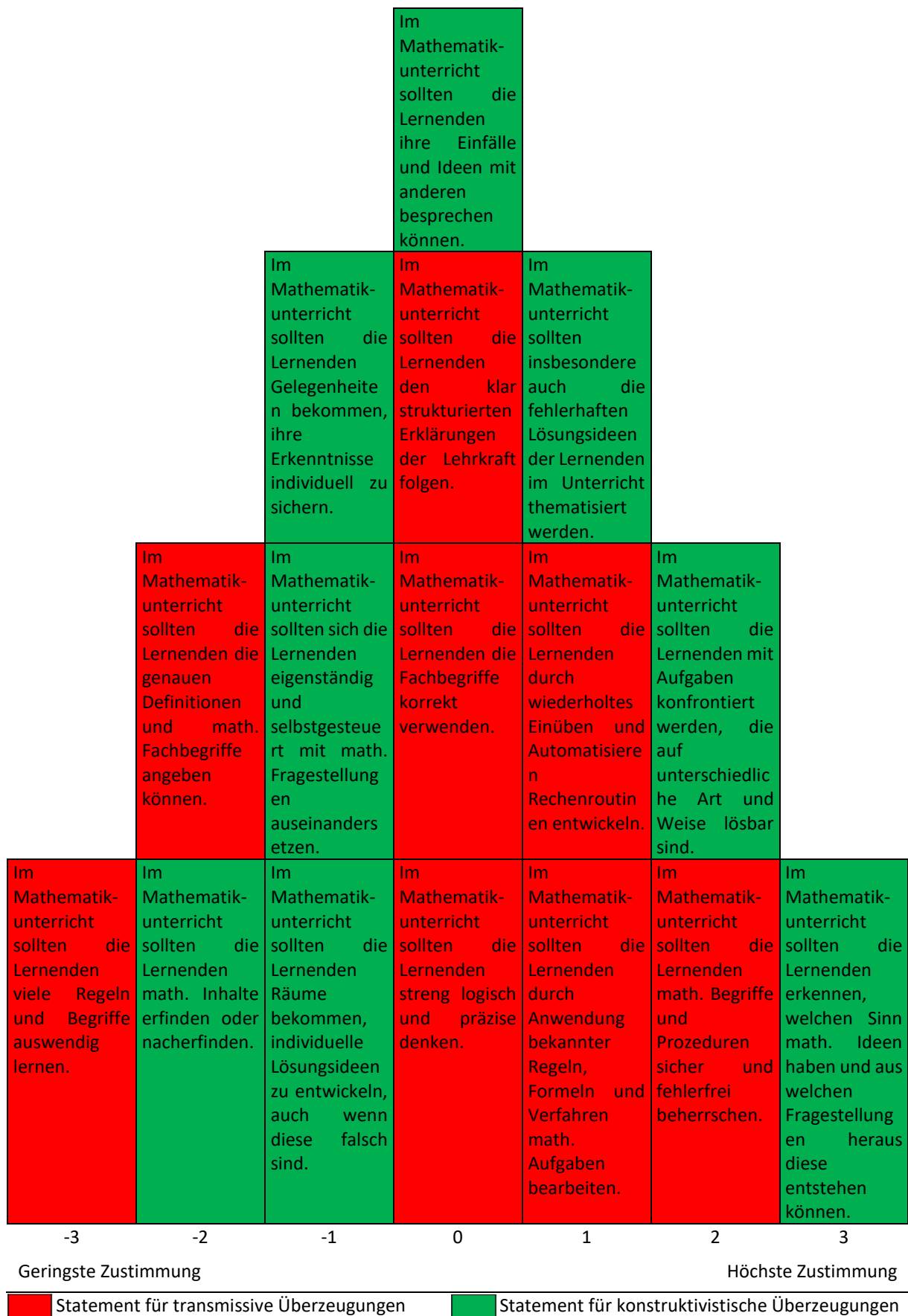


Abb. 4: Q-Sortierung für den zweiten Faktor

Die Statement Gewichtungen der Studierenden ($n = 6$), deren Q-Sortierungen stark auf diesen zweiten Faktor laden, lassen keine generelle Favorisierung transmissiver oder konstruktivistischer Aussagen erkennen; es zeigt sich ein eher gemischtes Bild: Den Vertretern dieser Gruppe ist es auf Grundlage der vorgegebenen Statements im Vergleich zu einem selbstständigen und individuellen Erarbeiten mathematischer Inhalte zunächst deutlich wichtiger, dass Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, mathematische Begriffe und Prozeduren korrekt und fehlerfrei zu beherrschen und anzuwenden. Außerdem wird einem Entwickeln von Rechenroutinen durch wiederholtes Einüben und Automatisieren ein relativ hoher Stellenwert beigemessen. Auch ein präzises Denken, ein sauberes Verwenden von Fachbegriffen sowie ausreichende Übungsphasen werden als relevanter erachtet als individuelle Konstruktionsprozesse. Neben der relativen Wichtigkeit dieser transmissiv orientierten Aussagen schätzen die Befragten diese Gruppe aber auch die Notwendigkeit einer unterrichtlichen Sinnstiftung und eines produktiven Umgangs mit Fehlern als bedeutender ein als ein individuell eigenständiges Lernen. Als relativ unwichtig erachten Studierende dieses Personentyps ein reines Auswendiglernen und Reproduzieren mathematischer Begriffe oder Definitionen. Insgesamt kann man diese Personengruppe des zweiten Faktors als *gemischt orientierter Personentyp* bezeichnen und in Kurzform etwa so beschreiben: Individuelles und eigenständiges Lernen ist diesen Lehrkräften weniger wichtig als ein anwendungsorientiertes und korrektes Verwenden mathematischer Inhalte im Rahmen sinnvoller und selbstdifferenzierender Aufgabenstellungen.

4.4. Zusammenfassung und Diskussion

Der Zweck der hier dargestellten Studie war die Erkundung von Personentypen in Bezug auf *mathematikunterrichtsbezogene Überzeugungen* bei Studierenden der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg unter Verwendung des Q-Sort-Verfahrens. Dieses erlaubte den Teilnehmer(innen), ihre eigenen Überzeugungen durch die relative Gewichtung vorgegebener Aussagen zum Mathematikunterricht auszudrücken. Durch die faktorenanalytische Auswertung konnten zwei unterschiedliche Personentypen identifiziert werden. Zum einen ein häufig auftretender „konstruktivistisch orientierter Personentyp“, welcher die Teilnehmer(innen) umfasst, deren konstruktivistische Überzeugung eindeutig ausgeprägter ist als deren transmissive. Zum anderen fand sich aber auch ein „gemischt orientierter Personentyp“, der keine klare Vormachtstellung einer bestimmten Überzeugungsdimension erkennen ließ. Ein rein „transmissiver Personentyp“ konnte interessanterweise im Rahmen dieser Untersuchung nicht identifiziert werden.

Es zeigte sich, dass die gewählte quasi simultane Erhebung konstruktivistischer und transmissiver Überzeugungen zu neuen und interessanten Einblicken in mögliche Interaktionsstrukturen zwischen beiden Überzeugungsdimensionen führen kann (insbesondere bei der zweiten Gruppe). So war es den Personen mit gemischten Überzeugungen auf Grundlage der in dieser Studie verwendeten Statements beispielsweise am wichtigsten, dass Lernende im Mathematikunterricht erkennen können, welchen Sinn mathematische Ideen haben und aus welchen Fragestellungen heraus diese entstehen können. Da andere konstruktivistisch orientierte Statements wie etwa das eigenständige Erfinden oder Nacherfinden mathematischer Konzepte von diesem Personentyp als relativ unwichtig eingeschätzt wurden, stellt sich die Frage, was dieser Personenkreis unter Sinnhaftigkeit versteht. An diesem Beispiel zeigt sich daher, dass die relationale Statementstruktur einer Q-Sortierung möglicherweise nicht nur von der sprachlichen

Operationalisierung der entsprechenden Konstrukte abhängt, sondern möglicherweise in erheblichem Ausmaß auch vom individuellen Verständnis dieser Operationalisierung und der darin enthaltenen Begrifflichkeiten. Derartige „Auffälligkeiten“ sind natürlich hervorragende Gesprächsanlässe für vertiefende und qualitativ orientierte Post-Interviews (Müller und Kals 2004).

Die Mehrheit der in dieser Studie befragten Studierenden schätzt konstruktivistisch orientierte Statements als bedeutender ein als transmissive. Ähnliche Befunde zeigten sich in früheren Studien auch bei Lehrkräften (Grigutsch et al. 1998; Blömeke et al. 2010). Umso erstaunlicher erscheint es auf den ersten Blick, dass die von Studierenden und Lehrkräften geäußerten Überzeugungen häufig so gar nicht zum resultierenden Unterricht in Praktika oder im Schulalltag zu passen scheinen. Eine mögliche Erklärung dafür ist, dass die von den Lehrkräften geäußerten Überzeugungen eher globale und tendenziell „visionäre“ Überzeugungen sind (bei Wahl 2013 „subjektive Theorien großer Reichweite“ genannt), die weniger durch selbst erlebte Praxis als durch normative Vorgaben von außen (Fachliteratur, Zeitschriften, Lehrerausbildung) entstehen.

Die Q-Methode wird in der Regel für Explorationen im Bereich menschlicher Subjektivität eingesetzt. Dabei wird normalerweise mit kleineren Stichproben gearbeitet, was die Repräsentativität und Generalisierbarkeit einschränkt. Vorteile der Methode sind neben der Möglichkeit, komplexe Strukturen zu erforschen und unterschiedliche Perspektiven auf einen Gegenstandsbereich zu kontrastieren (Müller und Kals 2004) auch die vergleichsweise hohe Motivation der Befragten* sowie eine ökonomische Durchführbarkeit (insbesondere mit der frei verfügbaren Software).

Die Ergebnisse dieser Untersuchung lassen evident erscheinen, dass die Identifikation verschiedener Personentypen und insbesondere die relative Gewichtung unterschiedlicher Aussagen zum Mathematikunterricht in erheblichem Maße von der Auswahl der Statements und damit von der Operationalisierung der verschiedenen Überzeugungsdimensionen abhängen. Es ist leicht vorstellbar, dass alternative Q-samples nicht zu identischen Personentypen führen müssen und sich insbesondere bei der Gewichtung verschiedener Überzeugungsfacetten (operationalisiert durch die einzelnen Aussagen im Q-sample) neue und bedeutende Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Überzeugungsdimensionen offenbaren könnten. Es wäre daher wünschenswert, die hier präsentierte Erfassungsmethode mathematikunterrichtsbezogener Überzeugungen in weiteren Untersuchungen und Domänen mit veränderten Probanden (z.B. praktizierende Lehrkräfte) und einer modifizierten Statementauswahl zu wiederholen.

5. Literatur

Ambrose, R., Philipp, R., Chauvot, J., Clement, L. (2003). A web-based survey to assess prospective elementary school teachers' beliefs about mathematics and mathematics learning: an alternative to Likert scales. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, J. T. Zilliox (Hrsg.), *Proceedings of the 2003 joint meeting of PME and PMENA* (Vol. 2, pp. 33–39). Honolulu: CRDG, College of Education, University of Hawaii.

* Im Rahmen der hier dargestellten Untersuchung äußerten viele Studierende bei einer a posteriori durchgeführten, formlosen Befragung in der Vorlesung, dass das ständige Abwägen, welche Aussage zum Mathematikunterricht als wichtiger erachtet wird als andere, als interessant und motivierend erlebt wurde.

- Baumert, J. (2009). Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz (COACTIV). Dokumentation der Erhebungsinstrumente. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Blömeke, S. (Hrsg.) (2008). Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare ; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung. Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Lehmann, R. (2010). *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- Bortz, J., Döring, N. (2009). *Forschungsmethoden und Evaluation. Für Human- und Sozialwissenschaftler*. Heidelberg: Springer.
- Brown, S.R. (1993). A primer on Q methodology. *Operant Subjectivity*, 16, 91-138.
- Coogan, J., Herrington, N. (2011). Q methodology: an overview. *Research in Secondary Teacher Education*, Vol. 1, No.2, 24-28.
- Grigutsch, S., Raatz, U., Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik* 19(1), 3–45.
- Kuhs, T. M., Ball, D. L. (1986). Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions. East Lansing, MI: Michigan State University, Center on Teacher Education. [http://staff.lib.msu.edu/corby/education/Approaches to Teaching Mathematics.pdf](http://staff.lib.msu.edu/corby/education/Approaches%20to%20Teaching%20Mathematics.pdf)
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.
- Leder, G. C., Pehkonen, E., Törner, G. (2002). *Beliefs. A hidden variable in mathematics education?* Boston: Kluwer.
- Minsel, W.-R., Heinz, M. (1983). Das Q-Sort-Verfahren. In H. Feger, C. Friedrich Graumann (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie* (S. 135-149). Göttingen: Hogrefe.
- Mowrer, H. H. (1953). Q-technique – description, history and critique. In: O. H. Mowrer (Hrsg.), *Psychotherapy theory and research*. New York: Ronald Press
- Müller, F. H., Kals, E. (2004). Die Q-Methode. Ein innovatives Verfahren zur Erhebung subjektiver Einstellungen und Meinungen. *Forum qualitative Sozialforschung* 5(2), Art. 34. <http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/600/1301>.
- Oser, F., Blömeke, S. (2012). Überzeugungen von Lehrpersonen. Einführung in den Thementeil. *Zeitschrift für Pädagogik* 58(4), 415–421.
- Pintrich, P. R. & Hofer, B. K. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research*, 67(1), 88–140.

- Pehkonen, E., Törner, G. (1996). Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 28(4), 101–108.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers in Mathematics (NCTM)* (S. 334–370). New York: Macmillan.
- Schommer, M. (1990). The effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 82, 498-504.
- Staub, F., Stern, E. (2002). The Nature of Teachers' Pedagogical Content Beliefs Matters for Students' Achievement Gains. Quasi-Experimental Evidence from Elementary Mathematics. *Journal of Educational Psychology* 94 (2), 344–355.
- Stephenson, W. (1953). *The study of behavior: Q-technique and its methodology*. Chicago: University of Chicago Press.
- Wahl, D. (2013). *Lernumgebungen erfolgreich gestalten. Vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Wheeler, D. L., Montgomery, D. (2009). Community college students' views on learning mathematics in terms of their epistemological beliefs. A Q method study. *Educ Stud Math* 72(3), 289–306.